Отчёт по выполнению лабораторных работ

по теории вероятностей

(Кринкин О. А. 1ПИб-02-2оп-23)

**439**. Выборка задана в виде распределения частот:

*xi* 4 6 8 3 5

*ni* 2 5 5 2 6

Найти распределение относительных частот.

*Относительная частота* – количество событий x относительно количества наблюдения (общего количества зафиксированных событий).

**Решение:** Найден объём выборки n = 20. Для каждого ni найдены относительные частоты по формуле: *wi = ni/n.*



Полученные результаты показывают насколько часто появляется каждое из событий x.

**441.** Найти эмпирическую функцию по данному распределению выборки:*xi* 3 5 7 8ni 6 4 9 5

*Эмпирическая функция* – функция, определяющая относительную частоту появления события x.

**Решение:** путём сложения элементов столбца *ni* найден объём выборки *n = 24*. Для каждого значения из столбца *xi* найдено значение *F(x)* по формуле . Полученные значение выписаны в виде искомой эмпирической функции в отдельную таблицу.



Из результатов видно насколько вероятно появление события в определённом диапазоне. Из данной таблицы видно, что событие x произойдёт 3 раза с вероятностью 0, а от 3 до 5 раз произойдёт с вероятностью 0,25 и так далее.

**443.** Построить полигон частот по данному распределению выборки:

*xi* 3 3 3 5

*ni* 7 8 11 17

**Решение:** Значения выписаны в таблицу, построен график.



**445**. Построить полигон относительных частот по дан  
ному распределению выборки:

1. *xi* 2 5 5 7 12

*wi* 0,13 0,25 0,15 0,1 0,5

1. *xi* 2 6 7 10 7

*wi* 0,13 0,3 0,25 0,3 0,15

1. *xi* 30 20 45 70

*wi* 0,3 0,2 0,5 0,4

**Решение:** Значения выписаны в таблицы, построены 3 графика.



**446.** Построить гистограмму частот по данному распределению выборки объёма *n* = 100.

*Гистограмма* покажет отношение частоты одного события к другому и то насколько вероятнее то ил иное событие. Площадь каждого столбца гистограммы равняется количеству появления события среди выборки, а сумма всех столбцов – самому объёму выборки.

**Решение:** Заданные значения выписаны в таблицу. При этом интервал xi разделён на отдельные ячейки. Построена гистограмма по столбцам xi, x(i+1), ni/h.



Из гистограммы видно, что событие 3 (10-12) намного чаще остальных появляется в выборке, а событие 1 (1-6) появляется меньше всех.

**448.** Построить гистограмму относительных частот поданному распределению выборки:

Решение: Начальные данные записаны в таблицу. Для каждого ni найдена частота wi = ni/n. Найдены плотности wi/h. По столбцам xi, x(i+1), wi/h построена гистограмма.

*Гистограмма* покажет отношение плотностей относительных частот (плотность показывает насколько вероятно попадание события с определённой вероятностью в заданный интервал) для событий. Площадь столбцов гистограммы будет равняться 1.

****

Из истограммы видно, что событие 3 с вероятностью 0,55 чаще всех будет попадать в интервал от 7 до 9.

450. Из генеральной совокупности извлечена выборкаобъема n = 50:варианта xi  3 6 8 11частота ni  15 11 7 13  
Найти несмещенную оценку генеральной средней.

Данные показывают, что вариант события 3 произошёл с частотой 15 и так далее.

Генеральная совокупность – это совокупность объектов, из которых производится выборка.

Несмещённая оценка генеральной средней – это статистическая оценка, которая не подвержена систематическим ошибкам, т.к. её математическое ожидание равно оцениваемому параметру.

Решение: Значения xi, ni, n выписаны в таблицу. По формуле найдено значение xв.

****

Полученный результат показывает насколько может отклонится результат статистической оценки для выборки.

**Ответ:** *x* = 6,06.

**453.** Найти выборочную среднюю по данному распределению выборки объема *n* = 10:xi 1450 1470 1480*ni* 4 7 6

*Выборочная средняя* – это среднее значение, исходя из выборки всех возможных событий.

Решение: Значения xi, ni, n выписаны в таблицу. По формуле вычислено искомое значение.

****

Найденное среднее значение показывает какой результат является средним среди всех событий (1450 произошло 4 раза, 1470 – 7 раз и т.д.).

**Ответ:** *x* = 2497.

**457.** В итоге пяти измерений длины стержня однимприбором (без систематических ошибок) получены следующие результаты (в мм): 96, 98, 105, 107, 110. Найти:а) выборочную среднюю длину стержня; б) выборочнуюи исправленную дисперсии ошибок прибора.

*Дисперсия* – мера разброса величины, относительно математического ожидания.

*Выборочная дисперсия* – дисперсия, исходя из данных выборки.

*Исправленная дисперсия* – дисперсия, независимая от систематических ошибок.

Решение: Найдена выборочная средняя *xср.* Затем была найдена выборочная дисперсия по формуле , при этом в столбце x2 отдельно посчитан квадрат. После была найдена исправленная дисперсия по формуле: .

****

Полученные результаты показывают насколько возможно отклонение значений, относительно ожидания.

**Ответ:** *а). xср=*104 *б).* *Dв* = 36,8. *s2* = 46.

**460.** Найти выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема *n* = 10:xi 190 196 200*ni* 4 7 6

Решение: Выполнен переход к условным вариантам: *xiср = xi – 195*. Рабочие значения выписаны в столбцы 2 и 3. По формуле вычислена выборочная дисперсия, при этом столбцы 4, 5, 6 являются промежуточными, в которых сосчитаны суммы для удобства составления формулы.

****

Результат показывает что значения могут отличатся на 22,81 от математического ожидания.

**Ответ:** *Dв=22,81.*

463. Найти выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема n = 10:xi 0,03 0,06 0,10*ni* 6 7 4

Решение: Исходные значения выписаны в первые три столбца. Затем по формуле вычислена выборочная дисперсия.



Результат показывает что значения могут отличатся на 0.00294 от математического ожидания, не учитывая систематические ошибки.

**Ответ:** *Dв=-0,00294.*

**466.** Найти исправленную выборочную дисперсию поданному распределению выборки n = 10:xi 104 106 112*ni* 4 6 7

Решение: Исходные значения выписаны в первые три столбца. Выполнен переход к условным вариантам Затем по формуле вычислена исправленная дисперсия. Так как исходные значения уменьшены на одно и то же число, дисперсия не изменилась.



Результат показывает что значения могут отличатся на 16,9333 от математического ожидания, не зависимо от систематических ошибок.

**Ответ:** *su2 = 16,93333.*

**501.** Найти доверительный интервал для оценкис надежностью 0,96 неизвестного математического ожидания, а нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение o = 7, выборочная средняя xв = 18и объем выборки n = 30.

*Доверительный интервал* – это приблизительный диапазон значений, который с высокой степенью вероятности включает все данные (результаты).

*Нормально распределённый признак* – непрерывное распределение вероятностей с пиком в центре и симметричными боковыми сторонами. Формируется по функции Гаусса.

Решение: Исходные значения выписаны в таблицу. По таблице из приложения 2 найдено значение t = 2.08, исходя из надёжности, делённой пополам. По формуле найден доверительный интервал.

****

Найденный интервал показывает что измеренные данные с вероятностью 0,96 измеренные данные окажутся в диапазоне от 15,34 до 20,65.

**Ответ:** 15,34172 < a < 20,65828.

**506.** Найти минимальный объем выборки, при кото­ром с надежностью 0,95 точность оценки математиче­ского ожидания *a* генеральной совокупности по выборочной средней равна b = 0,4, если известно среднее квад­ратическое отклонение o = 1,5 нормально распределённой̆ генеральной совокупности.

**Решение:** Рабочие значения выписаны в первые три столбца таблицы. Найдено Ф(t) = y / 2. Исходя из Ф(t) по таблице из приложения 2 найдено t = 1,96. По формуле найден минимальный объём выборки.



Результат показывает что для того, чтобы получить математическое ожидание с точностью 0,95 необходимо совершить около 54-х измерений.

**Ответ:** n = 54,0225.

**508.** Из генеральной совокупности извлечена выборка объема n = 12:

варианта *хi -*3 2 1 2 3 5

частота *пi* 3 2 1 2 2 1

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожида­ние *a* нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи дове­рительного интервала.

**Решение:** Исходные данные выписаны в таблицу. По формуле найдена выборочная средняя. Затем по формуле найдено «исправленное» среднее квадратическое отклонение. Результат записан под исходными данными, а сбоку помещены промежуточные расчёты (для дальнейшего суммирования). По таблице из приложения 3 найдено t = 2,2. По формуле найден доверительный интервал.



Полученный интервал показывает, что точность математического ожидания будет равна 0,95 при значениях выборки от -0,753 до 2,586.

**Ответ:** -0,7535033 < a < 2,5868366.

**510.** По данным десяти независимых равноточных измерений некоторой физической величины найдены сред­нее арифметическое результатов измерений xв = 31,3 и «исправленное» среднее квадратическое отклонение s = 7. Оценить истинное значение измеряемой величины с по­мощью доверительного интервала с надежностью *у* = 0,95. Предполагается, что результаты измерений распределены нормально.

**Решение:** исходные данные записаны в таблицу. По таблице из приложения 3 найдено значение t. Затем по формуле найден доверительный интервал. Из этого интервала и можно оценить математическое ожидание.



**Ответ:** 26,2972767 < a < 36,3027233.

**512.** По данным выборки объема n = 30 из генеральной совокупности найдено «исправленное» среднее квад­ратическое отклонение s = 3 нормально распределенного количественного признака. Найти доверительный интер­вал, покрывающий генеральное среднее квадратическое отклонение *a* с надежностью 0,95.

**Решение:** Исходные значения выписаны в таблицу. По таблице из приложения 4 найдено значение q = 0,28. Затем по формуле

найден доверительный интервал.

****

Данный интервал показывает что при отклонении от 2,16 до 3,84 генеральное среднее квадратическое отклонение будет точно с вероятностью 0,95.

**Ответ:** 2,16 < a < 3,84.

**535.** Найти выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X по данным, приведенным в корреляцион­ной таблице.

*Выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X* – это отношение двух величин в выборке, позволяющее предсказать значение случайной величиныY, зная значение величины X по данным выборки.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | x |  |  |  |
| y | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | ny |
| 14 | 6 | 5 |  |  |  | 11 |
| 24 |  | 5 | 12 |  |  | 17 |
| 34 |  |  | 27 | 5 | 11 | 43 |
| 44 |  |  | 3 | 15 | 8 | 26 |
| 54 |  |  |  | 3 | 6 | 9 |
| nx | 6 | 10 | 42 | 23 | 25 | n=106 |

**Решение:** составлена и выписана корреляционная таблица. Выбраны значения для ложных путей C1 = 27, C2 = 34 и составлена корреляционная таблица в условных вариантах. Затем найдены величины , , , , , по следующим формулам:

Составлена расчётная таблица: для каждого значения под таблицей записаны произведения и . Суммы значений выписаны в столбцы U и V, а затем умножены на v и u соответственно. Суммы произведений по столбцам сравниваются, и они обе равны 100. По данным из построенной таблицы по формуле найден выборочный коэффициент корреляции. Затем были найдены шаги и путём нахождения разности между двумя соседними значениями столбцов x и y соответственно. Найдены выборочные средние и признаков X и Y по формулам После найдены выборочные средние квадратического отклонения по формулам Из полученных данных по соотношению составлено уравнение:

Из уравнения выделен y(x), а затем уравнение было упрощено.

Полученное уравнение позволяет понять как будет меняться случайная величина y, относительно величины x и построить график для дальнейших расчётов.

**Ответ:**